$\boxed{1}$ (Li 作)

$n, n+2, n+4$ の最小公倍数 L_n を n で表せ。

$\boxed{2}$ (Hiroki 作)

次の定積分の値を求めよ。

$$\int_0^1 \frac{x}{(1+x)\sqrt{x(2-x)}-x(2-x)}\,dx$$

$\boxed{3}$ (Li 作)

集合 A を

$$A=\{(a,b,c,d) \mid a,b,c,d \text{ は } 5 \text{ 以下の正の整数}\}$$

と定め, A の元に対して定義された関数 $f(a,b,c,d)$ を

$$f(a,b,c,d)=(a^2b^2+b^2c^2+c^2d^2+d^2a^2)^8$$

と定める。組 (a,b,c,d) を A の要素すべてに渡って動かすときの $f(a,b,c,d)$ の総和を S とおく。S を 5 で割った余りを求めよ。

$\boxed{4}$ (Shakayami 作)

$f(x), g(x)$ を 0 でない多項式とする. このとき, 以下の条件を満たす多項式 $g_i(x), f_i(x) (i=0,1,2)$ が存在することを示せ.

条件:以下の恒等式が成り立つ.

$$\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{f_0(x^3)}{g_0(x^3)}+x\frac{f_1(x^3)}{g_1(x^3)}+x^2\frac{f_2(x^3)}{g_2(x^3)}$$

$\boxed{5}$ (Hiroki 作)

xyz 座標空間で, 以下の条件を満たす領域を D とする。

$$D_i: \quad \frac{23}{3} \leqq (x-a_i)^2+(y-b_i)^2 \leqq 8 \quad (i=1,2,3)$$

点 (a_i, b_i) は 1 辺の長さが 16 の原点を中心とする正三角形の頂点とし,$D=D_1 \cup D_2 \cup D_3$ とする。D が, z 軸とのなす角が 20.21 度であり $(0,0,129)$ を通るような平面 α と, xy 平面によって囲まれる立体の体積を V とするとき, V の値は一定であることを示し, その値を求めよ。

$\boxed{6}$ (Li 作)

p を 4 で割って 3 余る素数とする。次の等式を証明せよ。

$$\sum_{k=1}^{\frac{p-1}{2}} \left| \cos \frac{k^2}{p}\pi \right| = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sin \frac{\pi}{2p}} - 1 \right)$$

$\boxed{7}$ (Li 作)

$20^a+21=2^b+3^c$ の自然数解 (a,b,c) をすべて求めよ。

$\boxed{8}$ (Li 作)

a, b, c を正の定数とする。xyz 空間内の曲線 $c(t)=(t^a, t^b, t^c)$ $(0 \leqq t \leqq 1)$ を直線 $x=y=z$ で 1 回転させて得られる曲面を S とする。S で囲まれる部分の体積 V を a, b, c で表し, a, b, c が正の定数を動くとき, V の取りうる値の範囲を求めよ。ただし, $a=b=c$ のときは $V=0$ と考える。